

「あみだクジ風確率」

きちんと、漢字表記すれば、「阿弥陀籤」となるあみだクジは、説明するまでもないとは、思うが、・・・。

【横線ルール（基本）】

点 O, P, Q, R, S から点をひとつ選び、そこから動点 M が移動する。点 M は縦線を下に進む。ただし、横線との交点（T の字、元々は丁の字であるが・・・）に来るたびに、横に移動する。

このルールで、クジを引いてみよう。図 1 のような、5 本の縦線に横線が 10 本のあみだクジについて確認しよう。

例えば、点 O を選ぶと点 E に達する。また、点 Q を選ぶと点 C に達する。点 S を選べば点 A という具合である。

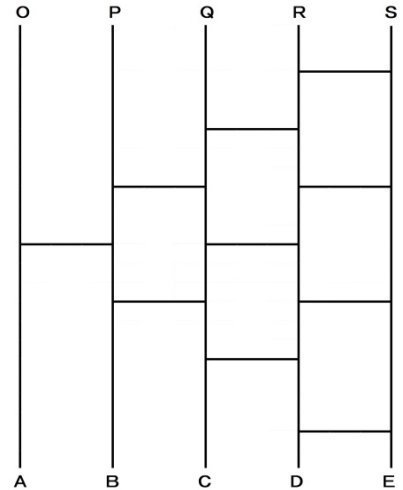


図 1

さて、このあみだクジの横線に関するルールを次のように変更してみる。

【横線ルール（α）】

あみだクジのような図を考え、その図の線上を動点 M が移動する。

動点 M は、縦線を上から下に移動する。ただし、横線と交わる点（T 字に横線と縦線が交わる点）に、到達するたびに、確率 $\frac{1}{2}$ で横に移動し、確率 $\frac{1}{2}$ で下に移動する。

【横線ルール（α）の詳しい説明、図 2 参照】

上から下がって点 X に到達した時は、下と左に確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。また、同様に点 Y に下がってきた時は、下と右に、確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。つまり、上から下がってきて、T 字の点に来たときは、下と横に、等しく分かれて移動するという意味である。

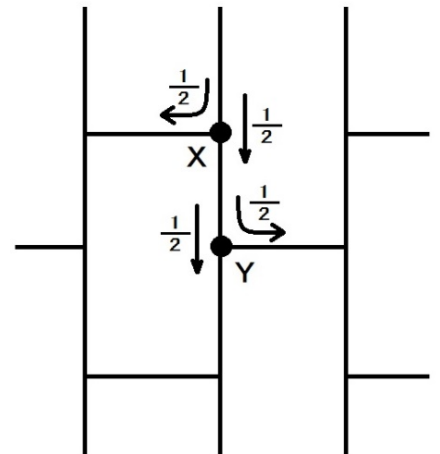


図 2

【問題 1】【横線ルール (α)】を使って、図 4 において点 S から動点 M が移動する。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 点 A に到達する確率 $P(A)$ を求めよ。
- (2) 点 B に到達する確率 $P(B)$ を求めよ。
- (3) 点 C に到達する確率 $P(C)$ を求めよ。
- (4) 点 E に到達する確率 $P(E)$ を求めよ。

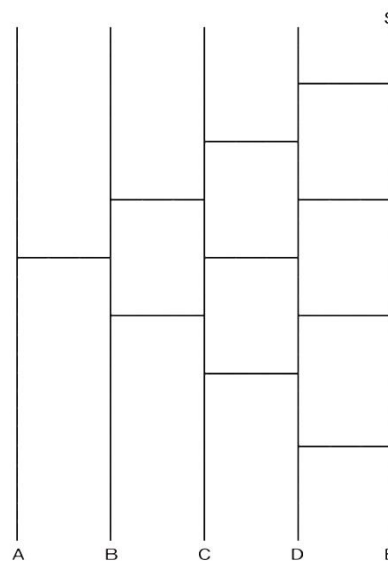


図 4

【横線ルール (β)】

あみだクジのような図を考え、その図の線上を動点 M が移動する。

動点 M は、縦線を上から下に移動する。ただし、左向きの横線と交わる点では、確率 $\frac{1}{3}$ で横に移動し、確率 $\frac{1}{3}$ で下に移動する。また、確率 $\frac{1}{3}$ で移動しないでそこにとどまる。

【横線ルール (β) の詳しい説明、図 3 参照】

上から下がって点 X に到達した時は、下と左に確率 $\frac{1}{3}$ で移動する。また、確率 $\frac{1}{3}$ で移動しないでそこにとどまる。

点 Y に下がってきた時や、右から来た時は、下向きに確率 1 で移動する。つまり、点 Y では、通常のアミダクジと同様の動きをする。

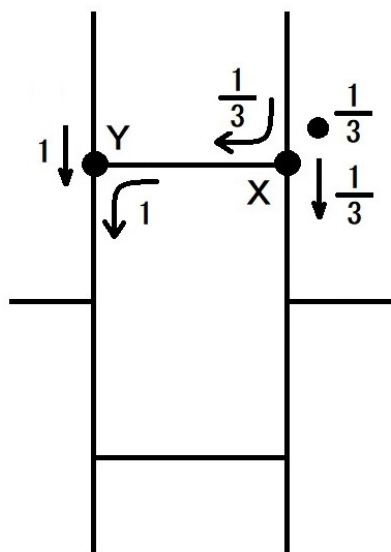


図 3

【問題2】【横線ルール (β)】を使って、図5において、点Sから動点Mが移動する。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 点Aに到達する確率 $P(A)$ を求めよ。
- (2) 点Bに到達する確率 $P(B)$ を求めよ。
- (3) 点Cに到達する確率 $P(C)$ を求めよ。
- (4) 点Dに到達する確率 $P(D)$ を求めよ。
- (5) 点Eに到達する確率 $P(E)$ を求めよ。

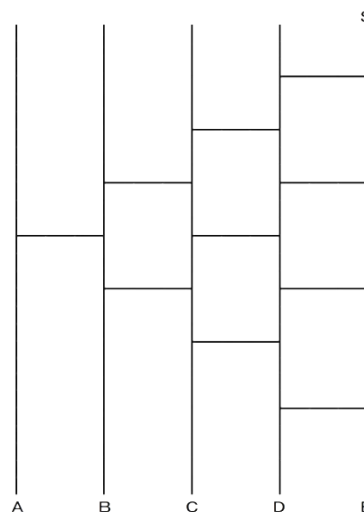


図5

- (6) AからEのどの点にも到達しない確率 $P(0)$ を求めよ。

【横線ルール (γ)】

あみだクジのような図を考え、その図の線上を動点Mが移動する。

動点は、縦線を上から下に移動する。ただし、左向きの横線と交わる点では、確率 p で横に移動し、確率 q で下に移動する。また、確率 $1-p-q$ で移動しないでそこにとどまる。($0 < p < 1, 0 < q < 1$ とする。)

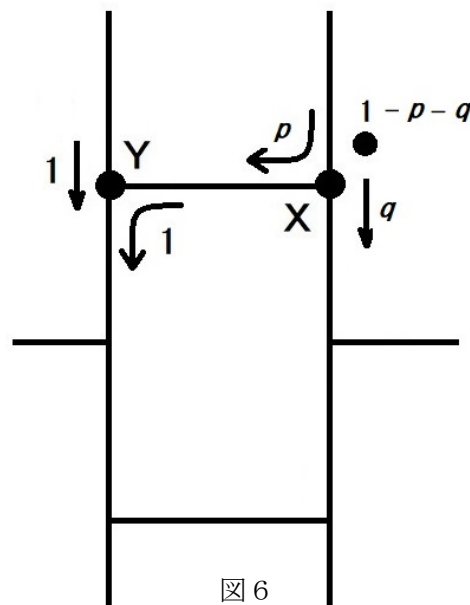


図6

【横線ルール (γ) の詳しい説明、図6参照】

横線ルール (β) の3つの確率 $\frac{1}{3}$ を、それぞれ

$p, q, (1-p-q)$ と変更したもの。

【問題3】【横線ルール (γ)】を使って、[問題2]の図5において、点Sから動点Mが移動する。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) AからEのどの点にも到達しない確率 $P(0)$ を求めよ。
- (2) 確率 $P(0) > \frac{99}{100}$ となる。条件を p, q で表せ。