江川邸の算額の問題より

［問題１］

図のように，半径の大円の中に，半径の円が１０個接している。

（円の配置は、上下対称かつ左右対称である。）

このとき，との関係式を求めよ。

（解）△ABCは，二等辺三角形であるから，

 ∠BAC＝∠BCA

したがって，∠DAC=∠BACである。

　また，∠ABQ＝∠CBQであるから，

 ∠BAQ＝∠BOR

まとめて，

 ∠BOR＝∠BAQ=∠CAS＝

とおく。次の３つの直角三角形は相似である。

 △BOR∽△BAQ∽△CAS

　以後，この３つの直角三角形を考察する。

 

とおく。相似比を考え，

  ，

したがって，

 

つまり，なので，

さて，大円の半径は、であるから，

 

［問題２］

図のように，半径の大円の中に，半径の円が９個接している。

（円の配置は、上下対称かつ左右対称である。）

このとき，との関係式を求めよ。

（解）△ABOは，直角二等辺三角形であり，

 

であるので，

 

　したがって，

 

［まとめ］

　ここでは，問題１・問題２と分けて説明しているが，元の算額では，ひとつの問題として書かれている。

この江川邸の算額は，享和２年（１８０２）江川英毅（１７７０－１８３４）が土祠に奉納したもので，横９０．３ｃｍ縦４４．３ｃｍの小型算額である。和算書「賽祠神算」に記録されていて現存は確認されていなかった。平成２４年江川邸の倉庫で発見された。額面にはもう一題の記載がある。（深川英俊氏）

［公益財団法人　江川文庫の所蔵品］

参考・［算額に書かれているもうひとつの問題］

　一辺がの正三角形の中に図のように４つの三角形があり，それらの内接円の半径がすべて等しくである。

このとき，との関係式を求めよ。

ここでは，解答を省略します。（考えてみましょう。）

この算額については，深川英俊氏よりご教授いただきました。感謝！！　 2017/6/29

江川邸の算額の問題　　　 　　算額に書かれているもうひとつの問題・解答編



一辺がの正三角形の中に図のように４つの三角形があり，それらの内接円の半径がすべて等しくである。

このとき，との関係式を求めよ。

（解答）

　図の一部を拡大し、図のように

線分の長さを，ととおく。



であるから，

 

となる。

　また、

 ，　

一辺がの正三角形の面積をとし、

図のように小さな三角形の面積をとすると，

 

である。そして，



 

であるから，

 　　よって　

であるから，

 

を得る。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　堀部　和経　2017/6/30