

素数について

[0] 準備・・・数

[1] 素数とは

5 = ○○○○○

6 = ○○○○○○

・素数のダンス画像

[2] エラトステネスのふるい（篩）

作業の説明は口頭で

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

〔 3 〕 互いに素

同じ素因数を持たないふたつの数の関係を「互いに素」といい 9 と 10 は互いに素である。

例) $9 = 3^2, \quad 10 = 2 \times 5$

補足、9,10 はともに素数では無いがこの数の組の事を互いに素であると言う。

他にも 3 と 4 は、互いに素である。このような場合、つまり片方が素数ならもう一方はその他の数何でも互いに素と言う。

数 n	素因数分解	素数のリスト	ひとつ前と異なる素数の数
2 =	2	2	— — — — — — — —
3 =	3	3	1
4 =	2^2	2	1
5 =	5	5	1
6 =	2×3	2, 3	2
7 =	7	7	1
8 =	2^3	2	1
9 =	3^2		
10 =			
11 =			
12 =			
13 =			
14 =			
15 =			
16 =			
17 =			
18 =			
19 =			
20 =			

[4] n と $n+1$ の素因数の個数について

[3] の表の最右列を観察する。ある数 n に対して数 $n+1$ は、少なくとも1つは異なる素因数がある。2つのこともあるが、異なる素因数がひとつもないということはない。つまり $n+1$ の素因数は、 n の素因数とは異なる素因数を少なくとも1つはある。

[4] 素数が無限個ある証明について

・古典的で有名なユークリッドの証明には触れません。(2000年以上前の証明)

ユークリッドの証明は、多くの書籍に載っているので自分で調べてみてください。

背理法という手法を使って鮮やかに証明してあります。

・2009年に発見された新しい証明について

今日お話しするのは、サイダック氏が見つけた新しい証明で、背理法も使っていません。その証明の方法の流れを紹介します。

[証明]

(1) N_1 を2以上の数とする。(具体的な計算が好きな人は、 $N_1 = 2$ としてよい)

(2) $N_2 = N_1 \times (N_1 + 1)$ とする。の素因数の個数

すると、 $N_1 + 1$ は N_1 にはない素因数を最低1つは持っているのだから、

$$\{N_1 \text{の素因数の個数}\} < \{N_1 \times (N_1 + 1) \text{の素因数の個数}\} = \{N_2 \text{の素因数の個数}\}$$

左端と右端だけの式を書き抜くと、

$$\{N_1 \text{の素因数の個数}\} < \{N_2 \text{の素因数の個数}\}$$

となっている。

(3) $N_3 = N_2 \times (N_2 + 1)$ とする。

今の議論と同様に、

$$\{N_2 \text{の素因数の個数}\} < \{N_3 \text{の素因数の個数}\}$$

となる。

(4) $N_4 = N_3 \times (N_3 + 1)$ とすると

$$\{N_3 \text{の素因数の個数}\} < \{N_4 \text{の素因数の個数}\}$$

この議論は、無限に続けることができる。

よって、素因数の個数には限りが無い。つまり、素数は無限個ある。

[証明終わり]