【解答編】

（１）この19個の点の中から，異なる2点を結ぶ線分を考える。このとき線分の長さは何通りあるか。

［解］

正三角形格子状に配置された点なので，その対称性から点Oを基準点に設定したとき，2つの半直線OHとOFの間の点AからHとを結ぶ線分を考えればよい。

 OA，OB，OC，OD，

 OE，OF，OG，OH

である。

これらの長さはすべて異なるので，長さは８通りある。

（２）この19個の点の中の3点を選び正三角形を作る。大きさの異なる正三角形は何種類あるか。

［解］

（１）の解より正三角形の1辺の長さをとすると，

の６通りとなる。



（３）この19個の点の中の３点を選び正三角形を作る。このとき全部で何個できるか。

（大きさ，位置が異なる正三角形は区別する。）

［解］

正三角形の辺の長さで分類し，個数を数える。

・の場合

正三角形の配置は上下対称となっている。上半分を1段目，2段目と分けて考える

と，正三角形は1段目5個，2段目7個であるから，

個

・の場合

２つの正三角形（，実線と破線）の中心Xとなりうる点は，7個の点(白丸)のであるから，

個

・の場合

正三角形()とその中の小正三角形(，網目)は，に対応している。小三角形（）となりうるものは「黒丸」を付けた外側6個と内側6個であるから，

個

・の場合

2つの正三角形(，実線と破線)の中央にある小三角形(，斜線)となりうるものは「黒丸」を付た6個であるから，

個

・の2つの場合はどちらも実線と破線の正三角形2個あるから，

共にである。

以上，まとめると，

個

となる。

（４）この19個の点の中の3点を選び三角形を作る。このとき三角形は全部で何個できるか。

（形，大きさ，位置が異なる三角形は区別する。）

［解］

19個の点から3点を任意に選ぶ場合の数は，通りである。

ここから，3点が同一直線上に並ぶ場合を除外すれば良い。

除外する場合を一直線上に並ぶ点の個数（3～5個）で分類して考察する。

(1) 5点が一直線上に並ぶ場合は３通りある。

その各々に対して，通りあるから，

通り

(2) 5点は並ばないが，4点が一直線上に並ぶ場合は６通りある。

その各々に対して，通りであるから，

 通り

(3) 5点や4点は並ばないが，3点が一直線上に並ぶ場合について考える。

まずその3点の並び方を分類する。

(3 - 1) 3点が均等に距離１で並んでいる場合は，6通りある。（下左図）

(3 - 2) 3点が均等に距離で並んでいる場合は，鉛直に並行なものは3通りある。（上右図）

同様に右上がり,左上がりのもそれぞれ3通りあり，合計9通りである。

(3 - 3)上記(3 -1,3 - 2)以外に等間隔でない場合も含めても，3点が一直線上に並ぶ場合はない。

以上，まとめて通りであるから,

通り

以上すべてまとめて, 19個の点から3点を選んでできる三角形は全部で,

 個

（５）この19個の点から6点を選んで正六角形を作る。このとき正六角形は何個できるか。

［解］

元々の図形が辺長2の正六角形であるから，6点を選んでできる正六角形の辺長は，である。

したがって，考えられる場合は，の3通りである。

・の場合（右上図）

正六角形()の中心Yとして7個の点（白丸）が考えられる。

・の場合（右下図）

正六角形は，明らかにそれぞれ1個である。（右図の実践と破線）

以上により，個