

互除法の筆算

不定方程式の1つの解を求めるとき、筆算を使う方法がある。次の例でその方法を見てみましょう。

(例) $70x + 51y = 1$ を満たす整数 x, y を求めよ。

ア 最初に x, y の係数を上下に並べ、その右側に 1 と 0 を次の様な位置にかく。

$$\begin{array}{r}
 x \text{ の係数} \rightarrow \\
 y \text{ の係数} \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 70 & 1 & 0 \\
 \hline
 51 & 0 & 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

↓ここはこう書く

イ 1行目と2行目の左端の数を使って、商 $70 \div 51$ を計算し、商をその左に書いておく。

$$\begin{array}{r}
 70 \quad 1 \quad 0 \\
 \boxed{1} \) \quad 51 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

ウ (1行目の数) - (**イ**で書いた数) \times (2行目の数) を計算し、3行目に書いていく。

$$\begin{array}{r}
 70 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \) \quad 51 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 \boxed{19} \quad \boxed{1} \quad \boxed{-1} \\
 70 - 1 \times 51 = 19 \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 1 - 1 \times 0 = 1 \uparrow \quad \uparrow \\
 0 - 1 \times 1 = -1 \uparrow
 \end{array}$$

エ 次に1行目と2行目の数を使って、**イ**と同じように商 ($51 \div 19$ の商は2) を書く。

$$\begin{array}{r}
 70 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \) \quad 51 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 \boxed{2} \) \quad 19 \quad 1 \quad -1 \\
 \hline
 \end{array}$$

オ **ウ**と同様に (2行目の数) - (**エ**で書いた数) \times (2行目の数) を計算し、4行目に書いていく。

$$\begin{array}{r}
 70 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \) \quad 51 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 2 \) \quad 19 \quad 1 \quad -1 \\
 \hline
 \boxed{13} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{3} \\
 51 - 2 \times 19 = 13 \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 0 - 2 \times 1 = -2 \uparrow \quad \uparrow \\
 1 - 2 \times (-1) = 3 \uparrow
 \end{array}$$

