標準正規分布曲線の下の面積（高校生に向けて）

堀部　和経

堀部数学模型研究所代表，大同大学・愛知県立春日井東高等学校・ＮＳＭ＆Ｄ非常勤講師

２０２０／１１

この面積はであることを、高校生に向けて証明する。

**§１**　　・・・①

　　・・・②　　を示す。

［証明］　と置換すると、であり、のときなので、

（①の左辺）

　　　■

以下、とおき、順を追って  ・・・①を証明する。



**§２**　　　　（）・・・③

［証明］　とおくと、

であり、

　なので、　となる。

　次に、であるから、とおくと、

であり、

　なので、　　となる。　　■

**§３**　　　③により　　・・・④　　となっている。

　ここで、　とおき、各辺（左辺、右辺、中辺）の値を計算する。

（Ａ）まず、とおくと、、のときなので、

（左辺）

（Ｂ）次に、とおき、、のときなので、

（右辺）

（Ｃ）さらに、とおくと、、のときなので、

（中辺）

これらを不等式④に代入し、　

　したがって、

・・・⑤

を得る。

**§４**　　　　に関係する幾つかの等式および不等式などを計算する。

まず、である。

　また、



　　　　　　　　　　　　　　　

これを整理し、となる。

したがって、， となり、それぞれ順次添数を下げ、

　　　　　　（最後の因数は、）

　　　　　（最後の因数は、）

これらの積をとり、



　　　 

さらに、両辺の正の平方根をとると、

・・・⑥

となる。

のとき、なので、である。

　　　　　　　　　　

　　ここで、（左辺）・・・⑦　となる。

**§５**　最後に、とすると、⑦，⑥より

　　　　　　　　　　

となるから、

（⑤の左辺）

また、

（⑤の右辺）



　したがって、不等式 ⑤ で、はさみうちの原理により、



を得る。

［参考文献］ 小針晛宏著「確率・統計入門」岩波書店 (1973)