座標平面に接する円の中心の軌跡

**［方向余弦］**

　三角形ABCを含む平面を，平面ABCと呼ぶことにする。このとき，平面ABCと3つの座標平面平面とのなす角をそれぞれとする。（図１）



図1



図２

この平面ABCの法線ベクトルをとする。このとき，3つの角はと各座標軸とのなす角と一致する。（図２，３）



図３

このとき，

………

である。

［証明１］図３において，



である。これらを，等式に代入すれば， を得る。　　　　　　　　　［証明終わり］

　ここで，図１からを直接計算し，再確認してみる。

［証明２］ であるから，のひとつは，



となる。 とすると，





したがって， を得る。　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［証明終わり］

［補足］をの方向余弦と呼ぶ。すなわち，単位ベクトルの成分のこと。

**［参考事項］**



図４

　長さの線分ABの両端が，座標軸に接して動くとき，線分ABの中点の描く軌跡は，



である。　　　　　　　　　　　　　　　［証明略］

**［座標平面に接する円の中心の軌跡］**

　　（円の半径をとする。）

［証明］



図５

図６



　円の中心Pは△ABCの内心である。（図5）点Pから，辺BC, CA, ABへ下した垂線の足を，それぞれI, J,K とする。（図６）3つの直角三角形の性質から，





　これらの等式をに，代入する。







　　　　　　　　　　［証明終わり］