正弦定理・余弦定理　簡単な証明

（１）正弦定理

****　　ただし，は△ＡＢＣの外接円の半径

（２）第一余弦定理

 ，，

（３）第二余弦定理

 ，，

［証明］

（図１）

（１）△ＡＢＣの面積をとすると，

 

この等式のすべての辺に，を掛けると，

（１）の左側の逆数の関係を得る。

　　△ＡＢＣの頂角のどれかは，鋭角である。

それを∠Ａとする。（図１）の様に、直線ＢＯと外接円との

交点をＡ’ とする。△Ａ’ＢＣは直角三角形であるから，

 

（図２－１）

これで，（１）が示された。

（２）鋭角三角形のとき，（図２－１）

 

鈍角三角形の時、∠Ｂが鈍角とする，（図２－２）

 

（図２－２）

が成り立つ。また，直角三角形でも成り立つ。

（３）（２）の結果より，

 ・・・①

 ・・・②

 ・・・③

これらより，①②③とすると，

 

したがって，

 