［問題 1.18］　10 本のくじの中に当たりくじが 3 本入っている。次の方法で A A と B が順に 1 本ずつ引くとき、2 枚のうち、エース、キング、クイーン、ジャックを絵札とする。1 枚のカードを引くとき、A が当たる事象と B が当たる事情は独立か。

(1)　A が引いたくじをもとに戻さない

(2)　A が引いたくじをもとに戻す

［解答 1.18］　(1)　A, B が当たりくじを引く確率をそれぞれ $P(A), P(B)$ とする。

$$P(A)=\frac{3}{10},\ P(B\mid A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15},\ P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$$

であるから、

$$P(B)=P(B\mid A)+P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{3}{10}$$

となる。したがって、

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{15}=\frac{1}{50}$$

$$P(A)\cdot P(B)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$$

このことから、$P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B)$ であるので、独立ではない。

(2)　A, B が当たりくじを引く確率をそれぞれ $P(A), P(B)$ とする。

$$P(A)=\frac{3}{10},\ P(B)=\frac{3}{10}=P(B\mid A)$$

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$$

$$P(A)\cdot P(B)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$$

このことから、$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ であるので、独立である。

（注）　(1),(2)は次の様な表を作っても理解しやすい。

(1)	B	$\overline{B}$	計
A	$\frac{2}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{9}{30}$
$\overline{A}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{21}{30}$
計	$\frac{9}{30}$	$\frac{21}{30}$	1

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

(2)	B	$\overline{B}$	計
A	$\frac{9}{100}$	$\frac{21}{100}$	$\frac{30}{100}$
$\overline{A}$	$\frac{21}{100}$	$\frac{49}{100}$	$\frac{70}{100}$
計	$\frac{30}{100}$	$\frac{70}{100}$	1

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

［問題 1.19］　4 枚の硬貨を投げるとき、次の確率を求めよ。

(1)　表が r 枚だけ出る確率 $(r = 0,1,2,3,4)$

(2)　表が 3 枚以上出る確率

［解答 1.19］　表が r 枚だけ出る確率を $P(r)$ とする。

(1)　$P(r) = {}_4C_r \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{4-r} = \frac{{}_4C_r}{16}$ である。表にまとめる。

r	0	1	2	3	4
$P(r)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

(2)　3 枚以上であるから、3 枚か 4 枚出る確率を求める。

$$P(3) + P(4) = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

［問題 1.20］　不良品が含まれている割合が 10%である商品の山から、任意に 10 個抜き出すとき、次の確率を求めよ。

(1)　不良品がちょうど 2 個含まれている確率

(2)　不良品が 2 個以下である確率

［解答 1.20］　10 個中不良品が r 個である確率を $P(r)$ とする。

$$P(r) = {}_{10}C_r \left(\frac{1}{10}\right)^r \left(\frac{9}{10}\right)^{10-r} = \frac{{}_{10}C_r \cdot 9^{10-r}}{10^{10}}$$

となる。

(1)　$P(2)=\dfrac{{}_{10}C_2\cdot 9^8}{10^{10}}=\dfrac{45\cdot 9^8}{10^{10}}=0.193710$

(2)　不良品が２個以下であるとは、$r=0,1,2$ の場合なので、

$$P(0)+P(1)+P(2)=\frac{{}_{10}C_0\cdot 9^{10}}{10^{10}}+\frac{{}_{10}C_1\cdot 9^{9}}{10^{10}}+\frac{{}_{10}C_2\cdot 9^{8}}{10^{10}}=\frac{9^{10}+10\cdot 9^9+45\cdot 9^8}{10^{10}}$$

$$=\frac{(81+90+45)9^8}{10^{10}}=\frac{216\cdot 9^8}{10^{10}}=0.929809$$

● 第６回の講義の出席確認用問題

教科書 p.24 練習問題１の

［７］あるクラスの男子と女子の比率は 3:2 であり、

ではじまる問題７を解いて、画像データのファイルに変換しメールに添付し提出する事。

注意・問題６ではなく問題７です。

メールアドレス　kazunori@horibe.jp
タイトルは『大同大・確率統計、「学籍番号」、「氏名」』と明記すること。
〆切は基準の日程（木曜・午後の講義計画）の直後の日曜日の正午（12:00）までとします。