

[問題 1.11] 1 から 10 までの数を記入した札 10 枚から 1 枚を取り出す試行において、次の事象の確率を求めよ。

事象 $A =$ 「奇数である」

事象 $B =$ 「6 の約数である」

和事象 $A \cup B$

積事象 $A \cap B$

余事象 \bar{A}

[解答 1.11] 問題 1.10 より 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ なので、 $n(\Omega) = 10$ 。

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ なので $n(A) = 5$ となり、 $P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ である。

$B = \{1, 2, 3, 6\}$ なので、 $n(B) = 4$ となり、 $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ である。

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ なので、 $n(A \cup B) = 7$ となり、 $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ である。

$A \cap B = \{1, 3\}$ なので、 $n(A \cap B) = 2$ となり、 $P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ である。

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ である。

(注)

$\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ なので、 $n(\bar{A}) = 5$ となり、 $P(\bar{A}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ でもよい。

[問題 1.12] 6 枚の硬貨を投げて次の枚数だけ表が出る確率を求めよ。

(1) 2 枚

(2) 3 枚

[解答 1.12] 標本空間 Ω とすると $n(\Omega) = 2^6 = 64$ 。

(1) 表が 2 枚出る事象を A とすると、

$$n(A) = {}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15 \text{ であるから、 } P(A) = \frac{15}{64}$$

(2) 表が 3 枚出る事象を B とすると、

$$n(B) = {}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \text{ であるから、 } P(B) = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$$

[問題 1.13] 箱の中に白球 6 個、赤球 4 個がはいっている。次の確率を求めよ。

(1) 同時に 3 個取り出すとき、3 個とも白球である確率

(2) 同時に 5 個取り出すとき、3 個が白球、2 個が赤球である確率

(3) 同時に 5 個取り出すとき、白球が 3 個以上含まれている確率

[解答 1.13] (1) 同時に3個取り出す根源事象を Ω_3 とすると、

$$n(\Omega_3) = {}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \text{ である。3個とも白である事象を } A \text{ とすると、}$$

$$n(A) = {}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \text{ である。よって、 } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega_3)} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

(2) 同時に5個取り出す根源事象を Ω_5 とすると、

$$n(\Omega_5) = {}_{10}C_5 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252 \text{ である。3個が白、2個が赤である事象を } B_3 \text{ とすると、}$$

$$n(B_3) = {}_6C_3 \cdot {}_4C_2 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 120 \text{ である。よって、 } P(B_3) = \frac{n(B_3)}{n(\Omega_5)} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21}$$

(3) (2)に続けて、4個が白、2個が赤である事象を B_4 とし、5個とも白の事象を B_5 とすると、

$$n(B_4) = {}_6C_4 \cdot {}_4C_1 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{4}{1} = 60, \quad n(B_5) = {}_6C_5 = {}_6C_1 = \frac{6}{1} = 6 \text{ となる。}$$

B_3 と B_4 と B_5 は、互いに排反事象であるので、

$$n(B_3 \cup B_4 \cup B_5) = n(B_3) + n(B_4) + n(B_5) = 120 + 60 + 6 = 186$$

$$P(B_3 \cup B_4 \cup B_5) = \frac{n(B_3 \cup B_4 \cup B_5)}{n(\Omega_5)} = \frac{186}{252} = \frac{31}{42}$$

[問題 1.14] 2つのさいころを投げるとき、次の事象の確率を求めよ

(1) 事象 A_i = 「目の和が i である」 ($i = 2, 3, \dots, 12$)

(2) 事象 B = 「目の和が5以下である」

(3) 事象 C = 「同じ目がでる」

[解答 1.14] 2個のさいころ投げた時の根源事象を Ω とすると $n(\Omega) = 6^2 = 36$ 。

右の表は、さいころの目を x, y とし x を縦 y を横で表現した根源事象の表。

$$n(A_2) = 1, \quad n(A_3) = 2, \quad n(A_4) = 3$$

$$n(A_5) = 4, \quad n(A_6) = 5, \quad n(A_7) = 6$$

$$n(A_8) = 5, \quad n(A_9) = 4, \quad n(A_{10}) = 3$$

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$n(A_{11})=2$, $n(A_{12})=1$ である。

(1) $P(A_i)$ の値を表にする。

i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(A_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(2) 目の和が5以下になる事象を B とすると、 $n(B)=1+2+3+4=10$ なので、

$$P(B)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18} \text{ となる。}$$

(3) 同じ目が出る事象を C とすると、上の根源事象の表の右下がりの対角線上の事象なので、

$$n(C)=6 \text{ であり、} P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6} \text{ である。}$$

● 第4回の講義の出席確認用問題

教科書 p.23 練習問題1の

[4] 図1.5のような正五角形 ABCDE の頂点を、

ではじまる問題4を解いて、画像データのファイルに変換しメールに添付し提出する事。

メールアドレス kazunori@horibe.jp

タイトルは『大同大・確率統計、「学籍番号」、「氏名』と明記すること。

切は基準の日程（木曜・午後の講義計画）の直後の日曜日の正午（12:00）までとします。